

Преобразование Хаара

- 1 Провести расчет двумерного преобразования Хаара для матрицы исходного изображения, заданной в первой части к.з.
- 2 Округлить коэффициенты в полученной матрице до целых чисел.
- 3 Восстановить исходную матрицу из округленных коэффициентов и рассчитать среднеквадратическое отклонение для четных вариантов и отношение сигнал/шум для нечетных.
- 4 Сравнить результаты потерь качества для двух алгоритмов сжатия.

Рассмотрим двумерный сигнал s -матрицу конечного или бесконечного размера. Применим к каждой строке матрицы один шаг одномерного вейвлет-преобразования. В результате получится две матрицы, строки которых содержат аппроксимированную и детализирующую составляющие строк исходной матрицы. К каждому столбцу обеих матриц также применим шаг одномерного преобразования. В результате получается четыре матрицы. Первая является аппроксимирующей составляющей исходного сигнала (огрубленной версией), остальные три содержат детализирующую информацию – вертикальную, горизонтальную и диагональную. Таким образом, шаг двумерного преобразования свелся к композиции одномерных преобразований. Поэтому реализация двумерного преобразования не требует никаких дополнительных операций.

Например, для матрицы

$$\begin{matrix} 15 & 18 & 12 & 16 \\ 17 & 13 & 16 & 18 \\ 16 & 14 & 17 & 17 \\ 14 & 15 & 17 & 16 \end{matrix}$$

на первом этапе при применении вейвлет-преобразования к каждой строке исходной матрицы получаем 2 матрицы:

$$\begin{matrix} (15+18)/2 & (12+16)/2 & & (15-18)/2 & (12-16)/2 \\ (17+13)/2 & (16+18)/2 & & (17-13)/2 & (16-18)/2 \\ (16+14)/2 & (17+17)/2 & \text{и} & (16-14)/2 & (17-17)/2 \\ (14+15)/2 & (17+16)/2 & & (14-15)/2 & (17-16)/2 \end{matrix}$$

или

$$\begin{matrix} 16,5 & 14 & & -1,5 & -2 \\ 15 & 17 & & 2 & -1 \\ 15 & 17 & \text{и} & 1 & 0 \\ 14,5 & 16,5 & & -0,5 & 0,5 \end{matrix}$$

Далее применяем преобразование Хаара к каждому столбцу матриц:

$$\begin{matrix} \text{Для первой матрицы} \\ (16,5+15)/2 & (14+17)/2 & & (16,5-15)/2 & (14-17)/2 \\ (15+14,5)/2 & (17+16,5)/2 & \text{и} & (15-14,5)/2 & (17-16,5)/2 \\ \text{Для второй матрицы} \\ (-1,5+2)/2 & (-2-1)/2 & & (-1,5-2)/2 & (-2+1)/2 \\ (1-0,5)/2 & (0+0,5)/2 & \text{и} & (1+0,5)/2 & (0-0,5)/2 \end{matrix}$$

или

Низкочастотная составляющая			Вертикальное отклонение
15,75	15,5	и	0,75
14,75	16,75		-1,5
			0,25
Горизонтальное отклонение			0,25
0,25	-1,5	и	-1,75
0,25	0,25		0,5
			-0,25
			0,75

Восстановление исходной матрицы происходит в обратном порядке в соответствии с формулами

$$s_{2j} = a_j + d_j, \quad s_{2j+1} = a_j - d_j.$$