

КОМПЛЕКСНОЕ ЗАДАНИЕ

по курсу СДЭС

модуль 4.1

1 Алгоритм сжатия данных JPEG

1.1 Провести расчет дискретного косинусного преобразования для матрицы исходного изображения, заданной в виде:

$$\begin{array}{cccc} N & N+1 & N+2 & N-1 \\ N+3 & N-1 & N-2 & N \\ N-3 & N+2 & N+1 & N+2 \\ N+1 & N+2 & N+3 & N+1 \end{array}$$

где N – 2 последние цифры зачетной книжки.

1.2 Проквантовать полученную матрицу.

1.3 Восстановить матрицу изображения с помощью обратного ДКП.

1.4 Оценить потери качества изображения. Для четных вариантов определить среднеквадратическое отклонение, для нечетных – отношение сигнал/шум.

Основные положения

Ключевым компонентом работы алгоритма является дискретное косинусное преобразование. Дискретное косинусное преобразование представляет собой разновидность преобразования Фурье и, так же как и оно, имеет обратное преобразование. Графическое изображение можно рассматривать как совокупность пространственных волн, причем оси X и Y совпадают с шириной и высотой картинки, а по оси Z откладывается значение цвета соответствующего пикселя изображения. Дискретное косинусное преобразование позволяет переходить от пространственного представления картинки к ее спектральному представлению и обратно. Воздействуя на спектральное представление картинки, состоящее из “гармоник”, то есть, отбрасывая наименее значимые из них, можно балансировать между качеством воспроизведения и степенью сжатия. При этом образуется матрица, в которой коэффициенты в левом верхнем углу соответствуют низкочастотной составляющей изображения, а в правом нижнем — высокочастотной.

Это преобразование можно представить так:

$$Y = X \cdot y \cdot X^T,$$

где y - матрица исходного изображения,

X - матрица постоянных коэффициентов косинусного преобразования размера $n \times n$, значения элементов которой вычисляются по формуле

$$X(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{n}}, i = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \cos\left[\frac{(2j+1)ip}{2n}\right], i > 0 \end{cases},$$

X^T - транспонированная матрица X .

Матрица постоянных коэффициентов косинусного преобразования размером 4×4 выглядит следующим образом:

$$\begin{matrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.65328 & 0.2706 & -0.2706 & -0.65328 \\ 0.5 & -0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.2706 & -0.65328 & 0.65328 & -0.2706 \end{matrix}$$

Обратное преобразование ДКП рассчитывается аналогично прямому:

$$y = X \cdot Y \cdot X^T.$$

Для каждого элемента матрицы дискретного косинусного преобразования существует соответствующий элемент матрицы квантования. Результирующая матрица получается делением каждого элемента матрицы дискретного косинусного преобразования на соответствующий элемент матрицы квантования и последующим округлением результата до ближайшего целого числа.

$$Yq[u, v] = E\left[\frac{Y[u, v]}{q[u, v]}\right],$$

где $E[\]$ – целая часть от деления,

$q[u, v]$ – матрица квантования.

Как правило, значения элементов матрицы квантования растут по направлению слева направо и сверху вниз. Матрицу квантования предлагается строить по следующему принципу:

$$q[u, v] = 1 + 0.01(u + v + 1) * N$$