

## 4 ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

# ОЧИСТКА СИГНАЛОВ ОТ ШУМОВ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТОВ

*Целью лабораторной работы* является изучение принципов очистки сигналов от шумов с помощью вейвлет-преобразований, оценка качества восстановленного сигнала и определение наилучшего порядка вейвлета Добеши, порогового метода, а также количества уровней разложения.

### 4.1 Ключевые положения

Типовой метод подавления шумов – удаление высокочастотных составляющих из спектра сигнала. Применительно к вейвлетным разложениям это может быть реализовано непосредственно удалением детализирующих коэффициентов высокочастотных уровней. Но вейвлеты имеют в этом отношении более широкие возможности. Шумовые компоненты, и особенно большие случайные выбросы значений сигналов, можно также рассматривать в виде множеств локальных особенностей сигналов. Задавая некоторый порог для их уровня и срезая по нему детализирующие коэффициенты, можно не только уменьшать уровень шумов, но и устанавливать пороговые ограничения на нескольких уровнях разложения с учетом конкретных характеристик шумов и сигналов для различных типов вейвлетов. Это позволяет создавать адаптивные системы очистки сигналов от шумов в зависимости от их особенностей. Эти технологии и будут рассматриваться в данной теме.

Операция сжатия сигналов с удалением малозначимых значений вейвлет-коэффициентов также выполняется на основе определенных пороговых ограничений их значений, и во многом практически тождественна операциям удаления шумов.

При очистке сигналов от шумов и сжатии используется быстрое вейвлет-преобразование (БВП). При этом всегда следует учитывать, что если полный размер сигнала составляет  $M$ -отсчетов, а максимальный уровень разложения равен  $N$ , то для обеспечения нормальной работы БВП отношение  $M/2^N$  должно быть целым числом, что обеспечивает целое число коэффициентов на последнем уровне разложения. Если это условие не выполняется, рекомендуется дополнять массив отсчетов нулевыми или любыми другими значениями.

Модель зашумленного сигнала обычно принимается аддитивной:  $s(n) = f(n) + k \cdot e(n)$  с равномерным шагом по аргументу  $n$ , где  $f(n)$  – полезная

информационная составляющая,  $e(n)$  – шумовой сигнал, например, белый шум определенного уровня со средним нулевым значением. Процедура удаления шума выполняется с использованием ортогональных вейвлетов и включает в себя следующие операции:

- **Вейвлет-разложение сигнала**  $s(n)$  до уровня  $N$ . Значение уровня  $N$  определяется частотным спектром информационной части  $f(n)$  сигнала, которую желательно оставлять в рядах аппроксимационных коэффициентов. Тип и порядок вейвлета может существенно влиять на качество очистки сигнала от шума в зависимости как от формы сигналов  $f(n)$ , так и от корреляционных характеристик шумов.

- **Задание типа и пороговых уровней** очистки по известным априорным данным о характере шумов или по определенным критериям шумов во входном сигнале. Пороговые уровни очистки могут быть гибкими (в зависимости от номера уровня разложения) или жесткими (глобальными).

- **Модификация коэффициентов детализации** вейвлет-разложения в соответствии с установленными условиями очистки.

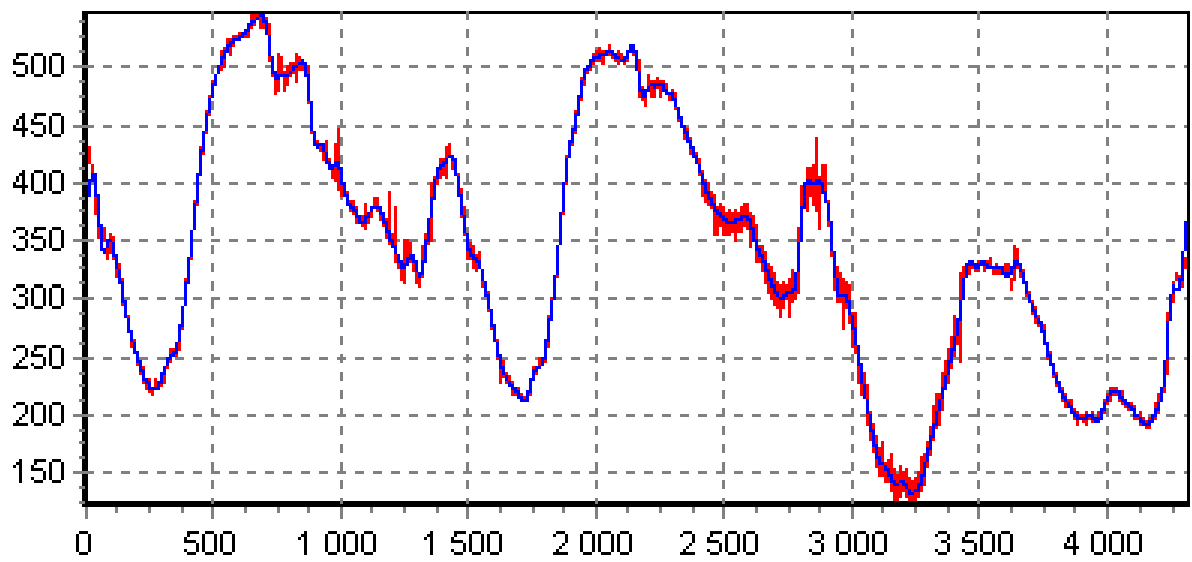
- **Восстановление сигнала** на основе коэффициентов аппроксимации и модифицированных детализационных коэффициентов.

Выбор используемого вейвлета и глубины разложения, в общем случае, зависит от свойств конкретного сигнала. Можно дать лишь несколько рекомендаций:

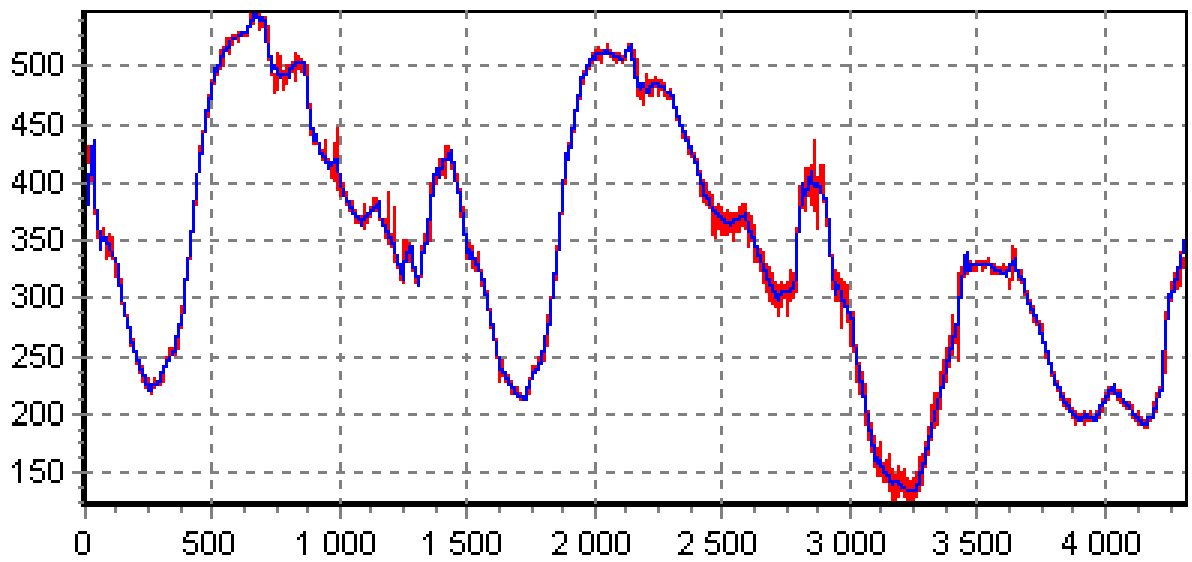
Более гладкие вейвлеты создают более гладкую аппроксимацию сигнала, и наоборот – «короткие» вейвлеты лучше отслеживают пики аппроксимируемой функции.

Глубина разложения  $N$  влияет на масштаб отсеиваемых деталей. Другими словами, при увеличении глубины разложения модель вычитает шум все большего уровня, пока не наступит «переукрупнение» масштаба деталей и преобразование начнет искажать форму исходного сигнала. Интересно, что при дальнейшем увеличении глубины разложения преобразование начинает формировать сглаженную версию исходного сигнала, т.е. отфильтровывается не только шум, но и некоторые локальные особенности (выбросы) исходного сигнала.

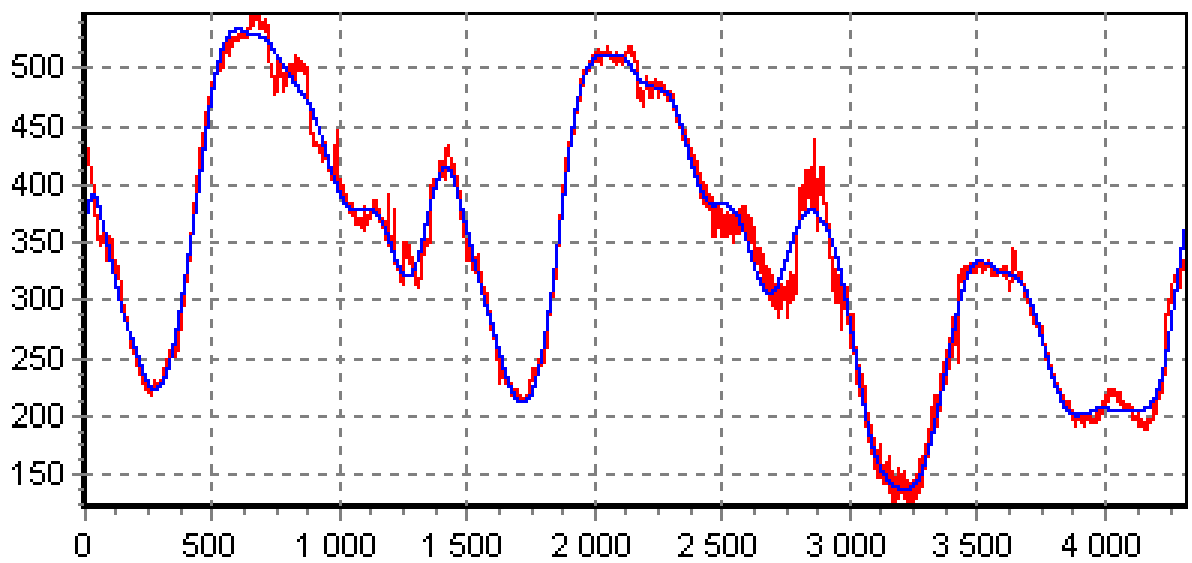
Проиллюстрируем сказанное. На рисунке 4.1а показан результат очистки некоторого зашумленного сигнала с помощью гладкого вейвлета (Добеши 7-го порядка, 5 уровней разложения), на рис. 4.1б – то же, но с использованием более короткого вейвлета (Добеши 2-го порядка, лучше отслеживаются пики сигнала), на рис. 4.1в – результат «переукрупнения» сигнала (7 уровней разложения, сглаживаются локальные особенности сигнала).



a)



б)



в)

Рисунок 4.1 – Очистка сигнала от шума с помощью вейвлета Добеши

При выборе порога шума используют, как правило, критерии, минимизирующие квадратичную функцию потерь для выбранной модели шума. В лабораторной работе используются следующие пороговые значения для ограничения коэффициентов разложения:

- адаптивный порог на основе алгоритма Штейна несмещенной оценки;
- эвристический вариант порога по методу Штейна;
- универсальный порог  $\sqrt{2 \cdot \log(\text{length}(X))}$  ;
- порог по минимаксной оценке.

При гибком (или мягком) пороге заданное пороговое значение вычитается из значений коэффициентов (по модулю), при жестком (или твердом) пороге значения коэффициентов, меньшие пороговых значений (по модулю), обнуляются. Жесткий порог обычно применяется при компрессии (сжатию) сигналов. Покажем это на примере прямой линии, ограниченной порогом 0,4, которая показана на рис. 4.2а. На рис. 4.2б иллюстрируется жесткий пороговый метод, а на рис. 4.2в – гибкий.

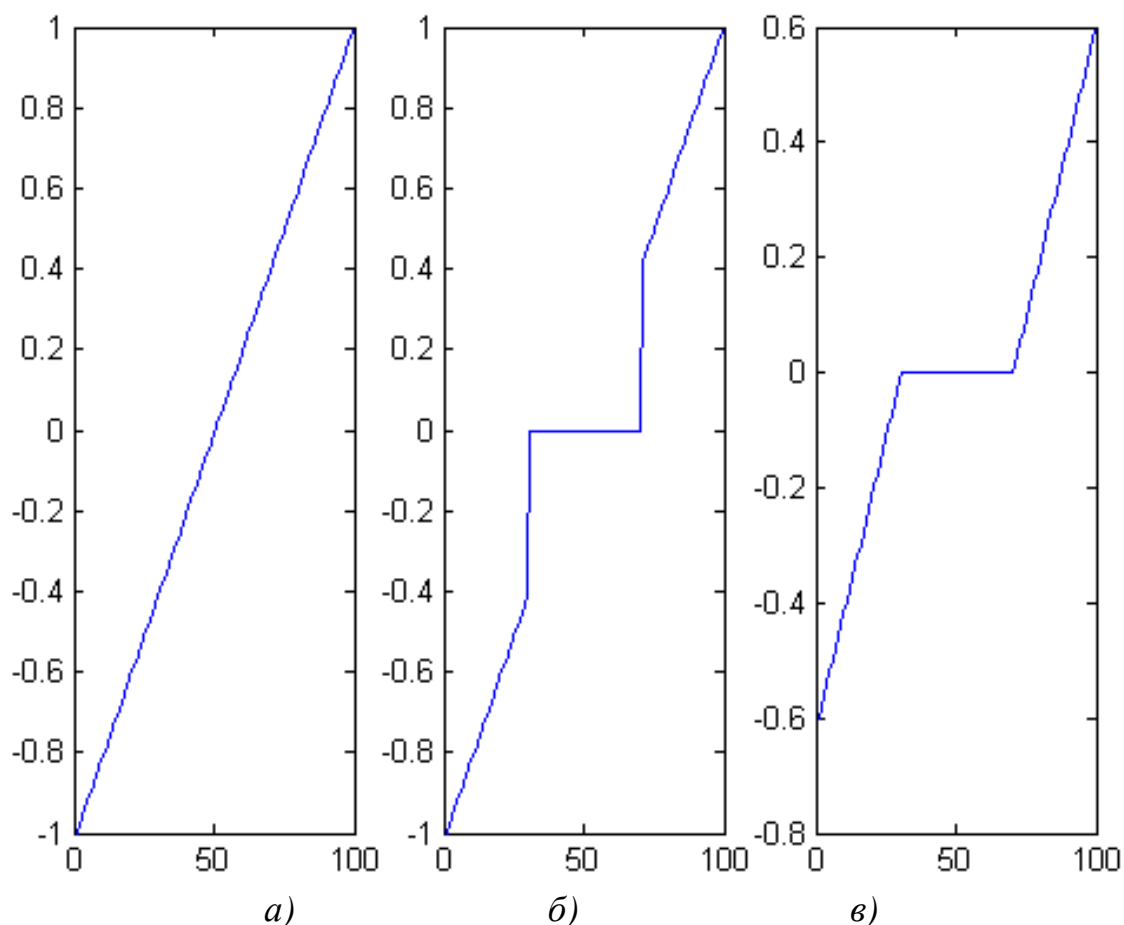


Рисунок 4.2 – Иллюстрация порогового метода

## 4.2 Задание к лабораторной работе

В процессе выполнения лабораторной работы необходимо:

1 Запустить с рабочего стола файл Wavelet\_Denoising. Для начала работы нажать кнопку «Пуск», выбрать количество уровней разложения и порядок вейвлета Добеши из списка. Изменяя данные, выписать наилучшие показатели среднеквадратического отклонения для каждого количества уровней разложения.

2 Полученные на экране данные свести в таблицу вида табл. 4.1:

Таблица 4.1 – Итоги выполнения лабораторной работы

Количество уровней разложения	Порядок вейвлета Добеши	СКО	Пороговый метод			
			адаптивный	эвристический	универсальный	минимаксный
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

3 На основании табл. 4.1 сравнить методы определения порогового значения между собой, определить наилучший порядок вейвлета, глубину разложения и пороговый метод для представленного в лабораторной работе сигнала.

## 4.3 Ключевые вопросы

1 В чем заключается метод очистки сигнала от шумов?

2 Каким образом метод подавления шумов реализуется с помощью вейвлет-преобразований?

3 Назовите необходимые операции для удаления шумов с помощью вейвлетов.

4 Как влияет выбор вейвлета и глубины разложения на степень очистки?

5 Какие пороговые методы используются в лабораторной работе?

6 Для чего используются мягкий и жесткий виды порогов?